SUMA 45
Febrero 2004, pp.17-28

La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza

Con argumentos apoyados en numerosos textos de ilustres matemáticos, pedagogos, historiadores y profesores, se reclama una función didáctica para la Historia de las Matemáticas como instrumento de comprensión de sus fundamentos y de las dificultades de sus conceptos para así responder a los retos de su aprendizaje. La Historia es fuente de inspiración, autoformación y orientación en la actividad docente y al revelar la dimensión cultural de la Matemática, el legado histórico permite enriquecer su enseñanza y su integración en el conjunto de los saberes científicos, artísticos y humanísticos que constituyen la Cultura.

The author claims the didactic utility of the History of Mathematics, as a tool to understand its foundations and the difficulties of its concepts and, hence, to ease the learning. This idea is held in numerous writings from illustrious mathematicians, educators, historians and teachers. History is a source of inspiration, self-learning and orientation in the teaching activity; as it reveals the cultural dimension of Mathematics, this legacy allows to enrich its teaching and its integration in the set of humanistic, artistic and scientific knowledge that constitute the Culture.

Ningún tema pierde tanto cuando se le divorcia de su historia como las Matemáticas.
E.T. Bell (1985).

No olvidar el origen concreto de la Matemática ni los procesos históricos de su evolución.
P.Puig Adam (1951).

Asumimos como axioma el aforismo tradicional que reza: *hay que conocer el pasado para comprender el presente* del que resulta por permutación de los verbos una máxima de muchos historiadores: *hay que comprender el pasado para conocer el presente*. Si el conocer y el comprender el pasado componen el saber, ellos debieran ser la brújula que oriente nuestra manera de actuar y transformar la realidad.

Llevando estos pensamientos a nuestro ámbito de la Enseñanza de la Matemática, suscribimos sin más ambages la aludida cita de Bell (1985, p.54): *Ningún tema pierde tanto cuando se le divorcia de su historia como las Matemáticas.*

Son múltiples y de muy diversa tipología las razones que se pueden aducir para justificar o al menos aconsejar que la Historia de la Matemática debe ser un elemento importante a considerar en la Didáctica de la Matemática. Serán argumentos que iremos desplegando a lo largo de este artículo, tomando como línea programática algunos textos de importantes matemáticos, pedagogos e historiadores del último siglo: Poincaré, Klein, Toeplitz, Köthe, Bell, Courant, Puig Adam, Lakatos, Kline, Santaló... y las reflexiones de otros profesores que han ido aportando, en los últimos tiempos, numerosas ideas al respecto.

> *Si el conocer y el comprender el pasado componen el saber, ellos debieran ser la brújula que oriente nuestra manera de actuar y transformar la realidad.*

Pedro Miguel González Urbaneja
I.E.S "Sant Josep de Calassanç" de Barcelona
Associació de Barcelona per a l'estudi i aprenentatge de les Matemàtiques

La Historia de la Matemática permite conocer las cuestiones que dieron lugar a los diversos conceptos, las intuiciones e ideas de donde surgieron, el origen de los términos, lenguajes y notaciones singulares en que se expresaban, las dificultades que involucraban, los problemas que resolvían, el ámbito en que se aplicaban, los métodos y técnicas que desarrollaban, cómo fraguaban definiciones, teoremas y demostraciones, la ilación entre ellos para forjar teorías, los fenómenos físicos o sociales que explicaban, el marco espacial y temporal en qué aparecían, cómo fueron evolucionando hasta su estado actual, con qué temas culturales se vinculaban, las necesidades cotidianas que solventaban. En suma, conocer, en sentido kantiano, el tránsito de las intuiciones a las ideas y de éstas a los conceptos.

> Ningún tema pierde tanto cuando se le divorcia de su historia como las Matemáticas.
> *Bell (1985, p.54)*

Para Nolla (2001, p.1):

> Los conceptos y las ideas matemáticas que se tratan en la Enseñanza Secundaria, son presentados a los alumnos de una forma cerrada y acabada. Se olvida que han surgido después de un largo proceso de gestación, en las que las intuiciones más fecundas con otras estériles, han configurado sus presentaciones sucesivas. A lo largo de la Historia, estas ideas han sido generadas por diversos tipos de problemas, prácticos o teóricos, pertenecientes a la propia matemática o a otras disciplinas. El conocimiento de estos problemas, y el estudio de la evolución de su tratamiento y de los nuevos problemas que han generado, proporciona los fundamentos para la comprensión de las ideas y conceptos que de ellos han resultado.

Según Guzmán (1992, IV, p.16):

> la historia nos proporciona una magnífica guía para enmarcar los diferentes temas, los problemas de los que han surgido los conceptos importantes de la materia, nos da luces para entender la razón que ha conducido al hombre para ocuparse de ellos con interés. Si conocemos la evolución de las ideas de las que pretendemos ocuparnos, sabremos perfectamente el lugar que ocupan en las distintas consecuencias, aplicaciones interesantes que de ellas han podido surgir, la situación reciente de las teorías que de ellas han derivado, etc.

Bajo el punto de vista de la eficacia pedagógica, no sólo a corto, sino a medio y largo plazo, además de transmitir un elenco de conocimientos, resultados estereotipados de las exposiciones cerradas y acabadas de la ciencia estática de los manuales que ocultan el zigzagueante camino de la creación científica, se debería despertar en el estudiante, futuro profesional, científico o técnico, unas actitudes y unos hábitos metodológicos acordes con el método científico. Como señala Kline (1978, p.49), en su popular obra *El fracaso de la Matemática moderna* (citando a Klein, 1927):

> Enseñar científicamente sólo quiere decir inducir a pensar científicamente, de ningún modo enfrentar al alumno, desde el principio, con fríos sistemas científicamente pulidos.

En parecido sentido vuelve a reflexionar Kline (1992, p.16) en su excelente texto de Historia de las Matemáticas:

> Las cuidadas y ordenadas exposiciones que se hacen en los cursos habituales no muestran en absoluto los conflictos del proceso creativo, las frustraciones, y el largo y arduo camino que los matemáticos han tenido que recorrer para llegar a construir una estructura importante. [...], el conocimiento de cómo han avanzado los matemáticos dando traspiés, a veces en la oscuridad más absoluta, hasta llegar a reunir las piezas individuales de sus resultados, debería animar a cualquier principiante en la investigación.

La Historia de la Ciencia con sus grandezas y miserias, sus momentos estelares y sus épocas oscuras, pone de manifiesto el proceso dinámico de la actividad científica como desarrollo a veces penoso y sinuoso, pero siempre abierto y vivo, en proceso permanente de cambio, y cuyo conocimiento, además de estimular los valores científicos y el espíritu crítico, puede propiciar en el estudiante el desarrollo de la creatividad por emulación, es decir, un impulso hacia la intervención en el devenir de la ciencia mediante la investigación, como hemos visto que insinúa Kline.

> *Sabios que han sido excelentes pedagogos [Poincaré, Klein, Toeplitz, Köthe, Bell, Courant, Puig Adam, Lakatos, Kline, Santaló...] han ponderado la importancia que tiene la Historia de la Matemáticas en la calidad de su enseñanza.*

Sin embargo, a pesar de que gran parte del profesorado asume de forma teórica estos planteamientos, en la práctica docente y como consecuencia de la formación universitaria recibida por los profesores, la Matemática llega a los alumnos como un producto dogmático, cerrado y acabado. En la enseñanza superior esta situación tiene su explicación en la propia naturaleza de las Matemáticas, ya que como explica Poincaré (1963) mucha investigación consiste a menudo en retomar teorías anteriores y refundirlas en un marco nuevo, bajo un enfoque más potente y general que explica mejor (como casos particulares) los resultados ya conocidos y que propicia el descubrimiento de otros nuevos, en la línea de la célebre frase del artífice de la Geometría Algebraica moderna A. Grothendieck, *simplificar generalizando*, de modo que como señala Maza (1994): [...], *se impone la lógica de la generalización matemática y un estilo deductivista que oculta el proceso de construcción original de la Matemática*. Así ha sucedido, por ejemplo, con la tendencia hacia la algebrización de la Geometría, que ha reconvertido las diversas Geometrías Clásicas en meros casos particulares o ejemplos concretos del Algebra Lineal (Dieudonné, 1971 p. 7; Piaget, 1978, p. 275).

Como escribe Houzel (1977, p.VI.3): *Las reelaboraciones sucesivas que la Matemática hace de las teorías precedentes, atenúan su historia, y aquí hay que buscar una de las principales razones que provocan el que las Matemáticas sean, en un alto grado, negadoras de su propia historia*. Cohen (1968, p.159) apunta la misma idea basándose en el *carácter acumulativo de la ciencia*, que supone que *todo el trabajo útil del pasado esté incorporado a cualquier tratado actual, de modo que se puede prescindir de la obra original*. Navarro (1980, p.12) va más allá al referirse a la actitud de muchos científicos hacia su ciencia, señalando que *situados en la frontera del conocimiento, orgullosos del carácter innovador de su tarea, muchos sabios ven la reflexión sobre el pasado como una tarea inútil y entorpecedora*.

Profesores de formación científica con vocación humanista, se interesan por la historia de la disciplina que imparten y ha empezado una institucionalización de los estudios de Historia de la Matemática.

Por fortuna, sabios que han sido excelentes pedagogos han ponderado en sus escritos y manifestaciones la importancia que tiene la Historia de las Matemáticas para mejorar la calidad de la transmisión del conocimiento matemático. Mencionemos en primer lugar al profesor L. Santaló, un eminente matemático contemporáneo muy preocupado por la educación matemática. En su obra *La matemática: una filosofía i una tècnica* (Santaló, 1993) aplica su erudito conocimiento de la Historia de las Matemáticas a la encomiable tarea de desentrañar de una forma fascinante la esencia de la Matemática, y no sólo como ciencia sino también como arte y como técnica. Con anterioridad, en su obra *La Educación matemática hoy* (Santaló, 1975), se apoya en la Historia de las Matemáticas para facilitar la comprensión de la evolución dinámica de las ideas que han llevado a los conceptos y técnicas que conforman el contenido de la educación matemática actual. Según Santaló (1975), la Matemática ha formado parte siempre de todo sistema educativo, y remontándose al mundo helénico enfatiza que en la antigua Grecia los primeros pilares de la Educación eran la Aritmética y la Geometría, como describe Platón en *La República*.

Asimismo, a título de ejemplo, citemos varios textos de R.Courant, colaborador de Klein y de Hilbert, y coautor de la obra *¿Qué es la Matemática*?, una de las exposiciones más atractivas de las ideas y métodos de la Matemática elemental (se recomienda la recensión de Sancho (1998) en el nº 29 de SUMA). En el prólogo de la primera edición, Courant (1971, p. IX) escribe en la primera frase de la obra: *Desde hace más de dos milenios, una cierta familiaridad con la Matemática ha sido considerada como parte indispensable de la formación intelectual de toda persona cultivada*. Más adelante, en el mismo prólogo, Courant afirma que: *un contacto real con el contenido de la Matemática viva es necesario* y se puede experimentar en *algunos libros espléndidos de historia y biografía*... En la introducción de la obra, el autor alude a la Historia de las Matemáticas como instrumento para comprender ¿Qué es la Matemática?, frase que da el título a esta magnífica obra en la que los conceptos y problemas aparecen de forma viva y natural, y muchas veces en su contexto histórico que se confronta con la forma actual, y explicados con rigor pero tratados de forma heurística y apelando a la intuición.

También en el prefacio de un texto de Análisis Matemático, redactado en un claro estilo heurístico, Courant (1974) insiste nuevamente sobre las ideas apuntadas más arriba:

> La Matemática presentada como un sistema de verdades, acabado y ordenado, sin referencia al origen y propósito de sus conceptos y teorías tiene su encanto y satisface una necesidad filosófica. Pero esta actitud introvertida en el campo de la Ciencia, no es adecuada para los estudiantes que buscan independencia intelectual más que adoctrinamiento. Menospreciar las aplicaciones y la intuición lleva al aislamiento y a la atrofia de la Matemática.

En el prólogo de la interesante obra de Carl B.Boyer *The History of the Calculus and its conceptual development*, Courant es todavía más categórico en torno a la necesidad de conjurar el purismo abstractivo mediante la búsqueda de las raíces históricas de la Matemática (Boyer, 1949):

> Los maestros, estudiantes, y los amantes del estudio en general, que quieran comprender realmente las fuerzas y las formas de la Ciencia, han de tener alguna comprensión del estado presente del conocimiento como un resultado de la evolución histórica. De hecho la reacción contra el dogmatismo en la enseñanza científica ha despertado un interés creciente hacia la Historia de la Ciencia. Durante las décadas recientes se han hecho grandes progresos en la investigación de las raíces históricas de la Ciencia en general y de la Matemática en particular.

Otros matemáticos interesados por los problemas de la Enseñanza de las Matemáticas y preocupados por la ocultación del proceso histórico lanzaron también sus avisos. Lakatos (1978) escribe:

> Las Matemáticas se presentan como un conjunto siempre creciente de verdades eternas e inmutables, en el que no pueden entrar los contraejemplos, las refutaciones o la crítica. El tema de estudio se recubre de un aire autoritario.[...]

> El estilo deductivista esconde la lucha y oculta la aventura. Toda la historia se desvanece, las sucesivas formulaciones tentativas del teorema a lo largo del procedimiento probatorio se condenan al olvido mientras que el resultado final se exalta al estado de infalibilidad sagrada.

La perspectiva histórica permite dar una visión panorámica de los problemas matemáticos para calibrar con mayor precisión la importancia de los temas, quedando así mejor articulados dentro del contexto general.

También Kline (1978, p.47) basándose en el devenir histórico, abunda en incisivos y claros argumentos contra una enseñanza de las Matemáticas elementales puramente deductiva:

> [...] Durante los siglos en los que se edificaron las ramas más importantes de las Matemáticas no había un desarrollo lógico para la mayor parte de ellas. Aparentemente la intuición de los grandes hombres es más poderosa que su lógica. [...]. Parece claro que primeramente se aceptaron y utilizaron los conceptos que tenían mayor significado intuitivo [...]. Los menos intuitivos [...] necesitaron de muchos siglos para su creación o para su aceptación. Además cuando fueron aceptados no fue la lógica lo que indujo a ello a los matemáticos, sino los argumentos por analogía, el significado físico de algunos conceptos, [...] y la evidencia intuitiva.

El estilo que refleja gran parte de la literatura matemática y los libros de texto, donde se escamotea el proceso histórico es censurado por Kline (1978, p.52), que cita a Poincaré, al plantear la siguiente pregunta: ¿*Es posible entender una teoría si desde el primer momento se le da la forma definitiva que impone una lógica rigurosa, sin mencionar para nada el camino por el que ha llegado a adoptar esta forma*?. La contestación es categórica: *No, realmente no es posible entenderla; incluso resulta imposible retenerla si no es de memoria*.

La exclusiva exposición deductiva tiene negativas consecuencias sobre los estudiantes que se sienten engañados al hacerles creer que las Matemáticas han sido creadas por grandes genios que a partir de unos principios y por vía exclusivamente lógica obtenían los teoremas y su demostración impecable. El estudiante, que naturalmente no puede funcionar de esta manera se llega a sentir humillado, acomplejado y desconcertado. Para Kline (1987, pags.54,59,60):

> Es intelectualmente deshonesto enseñar la interpretación deductiva como si se llegara a los resultados por pura lógica [...] Esa interpretación destruye la vida y el espíritu de las Matemáticas [...], y aunque tenga un atractivo estético para el matemático sirve de anestésico para el estudiante.

También para Droeven (1980, p.53):

> El esquema de exposición de la enseñanza: definiciones, teoremas, pruebas, sufre de una amnesia histórica, pues al ignorar las génesis históricas de los conceptos matemáticos que involucra, induce a una amnesia conceptual en el alumno, el cual no puede reencontrar los obstáculos del conocimiento matemático que han tenido que vencer esos conceptos para presentarse de una manera tan racional y aséptica.

Todavía es frecuente presumir de una ideología que concibe las ciencias (y sobre todo la Matemática) como cuerpos de doctrina universales e intemporales de verdades perpetuas, de modo que por su carácter eterno, las ciencias escaparían a la historia. La Historia de la Matemática subvierte esta creencia, como ilustra Del Río (1993, p.37) con numerosos casos de problemas históricos: [...]. *Estos ejemplos nos muestran que la importancia de un concepto o de un teorema es algo contextual, relativo al estado de la ciencia en ese momento y, por tanto, la eternidad de las verdades matemáticas es una cualidad relativa*. En sentido parecido, tras una larga argumentación, escribe Cañón (1993, p.402): *Los resultados de la Matemática son producción cultural,* [...], *son relativos a un contexto socio-histórico*. Spengler (1998, p.144) va mucho más allá cuando escribe:

> No hay una Matemática, hay muchas Matemáticas. [...] El espíritu antiguo creó su Matemática casi de la nada. El espíritu occidental, histórico, había aprendido la Matemática antigua, y la poseía, aunque sólo exteriormente y sin incorporarla a su intimidad; hubo, pues, de crear la suya modificando y mejorando, al parecer, pero en realidad aniquilando la matemática euclidiana, que no le era adecuada. Pitágoras llevó acabo lo primero; Descartes lo segundo.

Para Spengler no hay una Matemática que se desarrolle linealmente y cuyo contenido vaya acumulándose a través de los siglos, sino que hay tantas Matemáticas como culturas.

Por fortuna, en la actualidad, muchos profesores de formación científica con vocación humanista, se interesan por la historia de la disciplina que cultivan e imparten y hace ya algunos años que ha empezado a abrirse paso una incipiente institucionalización en algunas facultades científicas universitarias de los estudios de Historia de la Ciencia y de la Matemática, incluso en los niveles de Doctorado y se organizan tanto en los Institutos de Ciencias de la Educación de las Universidades como en los Centros de Profesores y Recursos, una gran variedad de Conferencias, Cursos y Seminarios, cuyo contenido versa sobre los más diversos aspectos de los temas históricos, muchos de los cuales se encargan de poner de manifiesto los seculares y recíprocos vínculos de la Matemática con los demás aspectos disciplinares de la Cultura y el Pensamiento. Así sucedió desde luego en el 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Y en el ámbito institucional digno es de señalar la relevante actividad que desde hace más de una década desarrolla en Canarias el *Seminario Orotava de Historia de la Ciencia*, dirigido por el Profesor J. Montesinos.

Por otra parte, en la actualidad podemos disfrutar en nuestro propio idioma de abundantes textos de Historia general de las Matemáticas (Boyer, Kline, Bell, Babini, Mankiewicz, Vera, Colerus, Dunham, Ríbnikov, Wussing, Argüelles, Montesinos, y otros), de Historias del Cálculo Infinitesimal (Babini, Grattan-Guinness, González, Durán...) e incluso textos de

> *Es un clamor la preocupación docente por enriquecer culturalmente la Matemática para reconvertirla en una disciplina cultural en el más amplio sentido. A este fin sirve como instrumento básico la Historia de las Matemáticas.*

Historia de las Matemáticas a través de sus personajes (Pitágoras, Arquímedes, Jayyan, Cardano y Tartaglia, Fermat, Descartes, Newton, Los Bernouilli, Euler, Monge, Lagrange, Legendre, Laplace, Galois, Kolmogórov), que publica la editorial Nivola desde hace varios años, escritos por Profesores con gran experiencia e inquietudes didácticas. También en otros idiomas próximos (francés e inglés) podemos disponer de famosas obras relativamente accesibles (Heath, Smith, Struik, Eves, Cajory, Loria, Brunschvicg, Dhombres, Itard, Rouse Ball, Scott, y otros).

Debemos mencionar, asimismo, la impresionante fuente de la red Internet, donde con potentes buscadores podemos encontrar, de forma rápida (aunque no siempre fiable), información sobre Historia, Educación, Biografía, Iconografía, Temas, Problemas, Tópicos, Teoremas, Fórmulas, Paradojas, Errores, Periodos, Ramas, Civilizaciones, Regiones, Textos, Cronologías, Bibliografías, Etimologías, Curiosidades, Anécdotas, Citas, Animaciones, etc.

Queremos rendir especial tributo al texto de Boyer (1986), un auténtico fenómeno editorial en muchos países, desde hace más de medio siglo. Con él empezamos (en sus ediciones en inglés y en italiano) y con él continuamos como fuente casi inagotable de erudición histórica. Como escribe Medero (2003, p.122) en la recensión de esta obra en la Revista SUMA:

> [...] es un libro que deben tener a mano todas las personas cuya relación con la Matemática sea de índole didáctica, sobre todo los profesores de Bachillerato si, como es de suponer, se pretende presentar los contenidos de Matemática no como algo acabado, atemporal, sin relación con una época y una sociedad determinada, sino, por el contrario, como una disciplina viva y relacionada con la cultura imperante. [...] Este libro es un buen manual para preparar introducciones históricas para cada uno de los temas del currículo de Matemáticas de Bachillerato, en las que se puedan estudiar los orígenes y la evolución hasta la formulación actual de los conceptos propios de la Matemática.

La Historia de las Matemáticas como recurso didáctico. El método genético

Por muchas razones, no resulta fácil concretar las formas de aplicar La Historia de las Matemáticas en el ámbito escolar, ya que depende, entre otros muchos factores, del nivel educativo, de los temas y problemas concretos, de los conocimientos históricos del profesor, de su interés por la interdisciplinariedad, de su iniciativa y capacidad para realizar lo que Chevallard (1985) y Gascón (1997, pp.13, 20) llaman *transposición didáctica*, en este caso la adaptación, reconstrucción, recreación y transformación del saber histórico institucionalizado (como conocimiento útil) en saberes a enseñar, dentro de los recursos históricos seleccionados previamente como viables en el aula, y, además, sin caer en exposiciones anacrónicas que falsean el pasado en el intento de describirlo e interpretarlo con los instrumentos actuales de nuestra notación, lenguaje y términos matemáticos (González, 1992, pp.16-17).

Pero antes de señalar diversas concreciones y asumiendo con Guzmán (1992) que la inmersión creativa en las dificultades del pasado alimenta la posibilidad de extrapolación hacia el futuro, hagamos dos reflexiones generales. No parece difícil demostrar que la perspectiva histórica permite, por una parte, dar una visión más panorámica de los problemas matemáticos

> *La Historia de la Matemática pone de manifiesto la dimensión cultural de las Matemáticas y su notable impacto en la Historia del Pensamiento.*

para calibrar con mayor precisión la importancia de los diversos temas, que quedan así mejor articulados dentro de un contexto general. En este sentido escribe Kline (1992, p.16): *la historia puede dar la perspectiva global del tema y relacionar las materias no sólo unas con otras sino también con las líneas centrales del pensamiento matemático*. Además, el estudio de la historia permite conocer la aparición de dificultades epistemológicas que presentan una gran similitud con las que atraviesan los estudiantes, y por tanto, como escribe Maza (1994, p.24): facilita *la determinación de obstáculos epistemológicos en el aprendizaje de los alumnos*, que como cuestión filosófica general sobre la Didáctica es, sin duda, de gran importancia. Volveremos sobre algo tan trascendente, a propósito del *método genético*.

La forma de utilizar la Historia de las Matemáticas como un instrumento didáctico colaborador puede llevarse a cabo de

Más allá de su reconocido carácter instrumental, la Historia de las Matemáticas incardina esta actividad peculiar del intelecto en el conjunto armónico de los saberes científicos, artísticos y humanísticos que constituyen la Cultura.

muy diversas maneras. Se puede, por ejemplo, preceder mediante una introducción histórica la exposición de cada tema, situando en los contextos científico y cultural el origen y la evolución de los problemas que se van a abordar. Se pueden añadir a los apuntes que se entregan a los alumnos indicaciones, breves resúmenes o notas históricas. Se puede también a lo largo del desarrollo de la clase y en cualquier momento indicar brevemente a qué matemáticos o corriente matemática se debe la introducción de un concepto nuevo, la demostración de un teorema o la resolución de un problema. En este ámbito hay un repertorio de importantes cuestiones que se prestan de forma especial a ser tratadas siguiendo su evolución histórica: el Teorema de Pitágoras (cuya aparición en el horizonte histórico matemático pero también en el horizonte escolar señala el primer salto intelectual entre los confines de la especulación empírica y los dominios del razonamiento deductivo, ya que con él sobreviene el fenómeno histórico y escolar de la demostración, de modo que se trata de un auténtico paradigma para la Matemática y sobre todo para la Educación matemática (González, 2001a), los cuerpos platónicos, los números poligonales, la Divina Proporción, el número π, la resolución de ecuaciones algebraicas, las tangentes a las curvas, y sobre todo el problema de la cuadratura de curvas donde puede uno remontarse a Arquímedes, cuyo método mecánico apunta hacia los indivisibles, mientras su método de exhaución prefigura los límites de la aritmetización del Análisis (González, 1993). En ambos problemas (tangentes y cuadraturas), en una lenta transición de siglos de creatividad matemática, una brillante pléyade de matemáticos va alumbrando métodos y técnicas infinitesimales de un inconmensurable valor heurístico e intuitivo (González, 1992), que ponen en entredicho el rigor, y que obligan a plantearse trascendentes cuestiones epistemológicas acerca de la relación entre procesos de descubrimiento-invención y métodos de exposición-demostración.

Pero quizá la forma más directa de implicar a la Historia de las Matemáticas en su Didáctica sea ensayar en algunos temas que se presten a ello, a juicio del profesor, la aplicación del **método genético**, que extraído de la Biología, intenta reconstruir el *clima psicológico* que envuelve a cada momento creador que haya supuesto un salto cualitativo en la Historia de las Matemáticas.

El término **genético** aparece por vez primera en el apéndice sexto de la obra *Fundamentos de la Geometría* (Hilbert, 1996, pp.244-245), donde el célebre matemático le concede *un alto valor pedagógico y heurístico* y lo contrapone al método axiomático.

La aplicación del método genético en la enseñanza, que ha sido reivindicado por grandes matemáticos y profesores de Matemáticas, pretende demostrar que, para la perfecta comprensión de un concepto determinado, el alumno ha de repetir a grandes rasgos el proceso histórico que se ha desarrollado hasta la formulación actual del concepto. Poincaré (1963, p.99), describe sucintamente la naturaleza del método genético: *Los zoólogos pretenden que el desarrollo embrionario de un animal resume en un tiempo muy corto toda la historia de sus antepasados desde los tiempos geológicos* [principio biogenético]. *Parece que sucede lo mismo en el desarrollo de los espíritus. El educador debe hacer pasar al niño por donde han pasado sus padres; más rápidamente pero sin saltarse ninguna etapa. De esta manera la historia de la ciencia debe ser nuestra primera guía.* Ya en la Introducción de la obra aludida de Poincaré (1963, p.12), este sabio describe su filosofía de la genética cultural: *Reflexionar sobre la mejor manera de hacer penetrar las nociones nuevas en los cerebros vírgenes, es al mismo tiempo reflexionar sobre la manera en que estas nociones han sido adquiridas por nuestros antepasados y por consiguiente sobre su verdadero origen, es decir, en el fondo, sobre su verdadera naturaleza*.

También F. Klein desarrolla una argumentación genética en su interesante texto destinado a la formación de los aspirantes al Magisterio *Matemática elemental desde un punto de vista superior* (Villarroya (1996) ha realizado una recensión de esta obra en el nº21 de la Revista SUMA). En efecto, al final del primer volumen Klein (1927, pp.399-400) manifiesta:

> [...] Este principio [biogenético], creo yo, debiera ser seguido también, al menos en sus líneas generales, en la enseñanza de la Matemática lo mismo que en cualquiera otra enseñanza; se debería conducir a la juventud, teniendo en cuenta su natural capacidad y disposición, lentamente hasta llegar a las materias elevadas y, finalmente, a las formulaciones abstractas, siguiendo el mismo camino por el que la humanidad ha ascendido desde su estado primitivo a las altas cumbres del conocimiento científico [...]. Un inconveniente fundamental para la propagación de tal método de enseñanza, adecuado al alumno y verdaderamente científico es, seguramente, la falta de conocimientos históricos que se

> nota con sobrada frecuencia. Para combatirlo gustosamente me he detenido en consideraciones históricas [...]; así ha podido verse cuán lentamente han ido formándose todas las ideas matemáticas, cómo han surgido en forma confusa, pudiera decirse que de procedimientos, y sólo después de un largo desarrollo han llegado a tomar la fuerza rígida y cristalizada de la exposición sistemática.

O. Toeplitz es otro de los creadores del **método genético** que lo aplica en uno de los textos más famosos sobre el Cálculo Infinitesimal y su historia, la obra *The Calculus, a genetic aproach*. En el prefacio de la edición alemana (incorporado a la versión americana), su discípulo G.Köthe cita la descripción que Toeplitz había hecho en un artículo sobre la naturaleza del *método genético* (Toeplitz, 1963, pp.V-VI):

> [...] Si nos remontáramos a los orígenes de estas ideas, perderían esa apariencia mortecina de hechos precisos pero disecados y recuperarían de nuevo su frescor, su pujanza y su apariencia vibrante. [...] El método genético es la guía más segura para este ascenso suave [en el estudio del Cálculo], que de otra manera no es fácil de encontrar. Seguid el curso genético que es el camino que ha seguido el hombre en su comprensión de las Matemáticas, y veréis que la humanidad ha ido ascendiendo gradualmente desde lo más simple a lo más complejo. Importantes desarrollos ocasionales pueden ser tomados generalmente como indicadores de progresos metódicos precedentes. Los métodos didácticos pueden beneficiarse enormemente del estudio de la historia.

En su argumentación contra la exclusiva interpretación deductiva, Kline (1978, pp.48, 49) se apoya en la evidencia histórica y se adhiere incondicionalmente al **método genético**:

> Cada persona debe pasar aproximadamente por las mismas experiencias por las que pasaron sus antepasados si quiere alcanzar el nivel de pensamiento que muchas generaciones han alcanzado. [...]. No se puede dudar de que las dificultades que los grandes matemáticos encontraron son también los obstáculos en los que tropiezan los estudiantes y no puede tener éxito ningún intento de acabar con estas dificultades a base de palabrería lógica.

No sólo las dificultades son las mismas sino que los estudiantes deberán superarlas aproximadamente de la misma manera en que lo hicieron los matemáticos a lo largo de la historia, familiarizándose de forma gradual con los nuevos problemas, empezando por el nivel intuitivo, que va fraguando de forma progresiva métodos, técnicas, ideas y conceptos.

Naturalmente esta repetición del proceso histórico no debe entenderse al pie de la letra. En la construcción de la Ciencia se recorren, muchas veces de forma tortuosa, caminos que a veces se desandan, de modo que el curso didáctico del desarrollo de la Ciencia no puede tener carácter lineal. Sin ocultar al alumno la forma paulatina y sinuosa de la creación científica, hay que conducirle por caminos rectos, para no hacerle perder tiempo. Según Nolla (2001) la aplicación del **método genético** en el binomio enseñanza-aprendizaje realiza una reconstrucción de la Historia que permita encontrar las preguntas esenciales que generan las ideas y conocer las necesidades que motivaron en su momento histórico la introducción de un concepto nuevo, así como las dificultades intrínsecas inherentes al alumbramiento de algunas ideas y a la resolución de algunos problemas, dificultades, que, como señalaba Kline se manifiestan, asimismo, de forma rotunda en el aprendizaje de los mismos conceptos y en la resolución de los mismos problemas.

A título de ejemplo, si los números negativos no aparecieron hasta el milenio de historia matemática, y si fueron necesarios otros mil años hasta que fueran aceptados por los matemáticos, podemos estar seguros de que los estudiantes tendrán dificultades con los números negativos. Tan significativos como éste son los dos siguientes ejemplos, uno en el ámbito del Álgebra y otro en el del Cálculo. Echando una ojeada a la Historia del Álgebra podremos comprender fácilmente las dificultades que tienen nuestros alumnos con el nivel de abstracción que exige el manejo de las letras que representan las incógnitas (Malet, 1984); son las mismas dificultades que han padecido los matemáticos durante más de veinte siglos, en el tránsito desde el *Álgebra Retórica* de los griegos de la época clásica al *Álgebra Simbólica* de Vieta (perfeccionada en cuanto a la notación por Descartes y Newton), pasando por las etapas intermedias del *Álgebra Sincopada* de Diofanto de Alejandría, por los desarrollos de los árabes y por el famoso *Arte de la Cosa* de los algebristas renacentistas italianos, del Ferro, Tartaglia, Cardano, Ferrari y Bombelli (Martín Casalderrey, 2000). Análogamente, la historia nos permite entender las terribles dificultades padecidas por nuestros alumnos en la comprensión de los conceptos de límite y continuidad. Y en este ejemplo el periodo histórico de dificultades es todavía superior, abarcando prácticamente desde el nacimiento de la Matemática racional hasta final del siglo XIX, es decir, desde los intentos de escamotear el proceso infinito en Matemáticas, llevado a cabo por los griegos mediante el *Postulado de Arquímedes* y el *Método de exhaución*, hasta la reformulación sobre bases rigurosas del nuevo Análisis, emprendida en el siglo XIX por Cauchy, Weierstrass, Dedekind y otros matemáticos, pasando, como etapas intermedias, por las reflexiones de la Escolástica medieval sobre el infinito y el continuo, que propiciaron la eclosión durante el siglo XVII de los métodos infinitesimales, que, unificados y generalizados por Newton y Leibniz, desembocaron en el descubrimiento del Cálculo Infinitesimal por ambos (González, 1992).

La Historia de las Matemáticas como fuente de vocación, motivación, orientación, inspiración y autoformación del profesor de Matemáticas

El estudio de la Historia de las Matemáticas puede ser un elemento importante en la autoformación permanente del profesor así como una de las fuentes principales de inspiración en la orientación de la actividad docente. La enseñanza no es sólo una vocación o una profesión, puede ser también un arte, y es indudable que el conocimiento de la Historia de las Matemáticas con sus momentos sublimes y gloriosos y sus períodos sombríos y baldíos, influirá decisivamente en el espíritu del profesor y en su actitud hacia la propia Matemática; y como escribe Malet (1983): *bien sabemos que la actitud del Profesor hacia la materia que explica es una de las enseñanzas más importantes que transmitimos al alumno*. Las motivaciones para enseñar Matemáticas y desde luego la manera como se enseñan pueden verse muy positivamente influenciadas por esa nueva actitud que crea el conocimiento de la Historia. Vamos a justificar estas consideraciones con los siguientes argumentos:

a. El conocimiento de la Historia favorece la comprensión profunda de los problemas matemáticos, a través de la intelección del proceso real de creación de los conceptos, del contexto en que aparecen, de las ideas que los propician, de las cuestiones que resuelven, de las reformulaciones que sufren, etc., de modo que la Historia puede ser una fuente de información para *presentar su evolución y estudiar las diversas aproximaciones al concepto actual, que se presentará como el paradigma vigente, por utilizar la famosa terminología de T.Kuhn* (Malet, 1983)
b. Las Matemáticas tienen una fuerza creativa interna que se manifiesta en el devenir histórico en un magnífico espectáculo de creación continuada y en un vasto despliegue intuitivo que al ser proyectados en el aula podrían inducir un clima de investigación y así contribuir a alcanzar uno de los objetivos formativos esenciales: el desarrollo del espíritu creativo del alumno, que Puig Adam (1955) reclama en el quinto precepto de su **Decálogo**: *Enseñar guiando la actividad creadora y descubridora del alumno*. La visión histórica puede apoyar una propuesta de aprendizaje activo. Citando a Gil (1980) al *extraer de la historia de la ciencia la problemática que, debidamente presentada a los alumnos, les permitiera redescubrir, a través de una actividad investigadora, los conocimientos que la enseñanza tradicional trasmite ya elaborados*, se podría tender a alcanzar uno de los objetivos de la enseñanza de cualquier ciencia, a saber, enseñar, en alguna forma, a elaborar ciencia.
c. La Historia de las Matemáticas revela los ingentes esfuerzos desplegados por sucesiones de generaciones matemáticas en la formación de algún concepto nuevo o en la resolución de algún problema importante, que, a la hora de tratarlo en la clase, el profesor con su arrogancia dogmática y autoritaria puede creer, de espaldas a la historia, que debe ser trivial para el alumno. Ya mencionamos antes a título de ejemplo las dificultades intrínsecas del concepto de límite y continuidad o del manejo de las letras en las ecuaciones, pero los ejemplos son múltiples. El profesor que esté al corriente de la Historia, además de aprovechar el legado histórico para enriquecer su actividad docente, al conocer y comprender las dificultades de los contenidos impartidos manifestará una actitud prudente, precavida y paciente y encontrará sugerencias y apoyos que faciliten la introducción de los nuevos conceptos.
d. La Historia de las Matemáticas puede ofrecer al Profesor un campo inagotable de estímulos para mantener su interés en una autoformación continuada para perseverar en el estudio de la propia Matemática, lo cual contribuirá a mantener un nivel adecuado a las exigencias curriculares y a desarrollar las necesarias capacidades de actualización y renovación pedagógicas.
e. A pesar de la proliferación en múltiples ramas, la Matemática tiene su unidad propia. Para Kline (1992, pp.15-16): *La manera más segura de combatir los peligros que amenazan nuestra fragmentada ciencia quizá sea la de llegar a conocer los logros, tradiciones y objetivos de la Matemática en el pasado, para poder dirigir las investigaciones por vías fructíferas*. Kline cita a Hilbert: *La Matemática es un organismo para cuya fuerza vital es condición necesaria la unión indisoluble de sus partes.*
f. La Historia de la Matemática subvierte la extendida creencia de que el rigor es el supremo valor de la Matemática que debe imponer una vía única de razonamiento para llegar a los resultados. Bajo estas concepciones las clases se vuelven frías, secas y dogmáticas y son estériles para un porcentaje elevado de alumnos. La Historia nos muestra que se ha llegado a los mismos resultados matemáticos por caminos muy diferentes y no siempre correctos y que nuevos modos de razonar se apoyan sobre otros pasados, que deben ser a su vez modificados para el tratamiento de nuevos problemas.
g. Para muchas personas, en general, y para muchos estudiantes, en particular, la Matemática, que es la más antigua y, como decía Gauss, *la reina de las ciencias* no es considerada como una disciplina cultural más, sino como un simple lenguaje al servicio de las demás ciencias y algo más grave, se la concibe como el arma utilizada por el sistema educativo para filtrar selectivamente al alumnado (esto es patente en las carreras universitarias de tipo técnico), lo que provoca sobre la Matemática una extendida aversión además de un cierto aislamiento, que contradice el tercer precepto del Decálogo de Puig Adam (1955): *Presentar la Matemática como una unidad en relación con la vida natural y social*. Por todo ello es un verdadero clamor la preocupación en el ámbito docente matemático por desdogmatizar y enriquecer culturalmente la Enseñanza de la Matemática, para reconvertirla en una disciplina cultural en el más amplio sentido de la palabra. A este fin sirve como instrumento básico la Historia de las Matemáticas, como veremos enseguida.
h. La Matemática recreativa se nutre en buena parte de problemas que han tenido cierto interés a lo largo de la Historia de la Matemática. Ésta es, pues, un manantial de problemas

curiosos que pueden ser tratados de forma lúdica como actividades al margen de la clase y en el marco de las actividades culturales complementarias. A pesar de la escasa audiencia que suelen concitar las Matemáticas, alentadas con anterioridad mediante una propaganda atractiva y presentadas en forma de *Taller de Matemática recreativa* (González,1989), estas actividades constituyen *Experiencias en el Aula* (González, 1988) que pueden tener un gran atractivo para los alumnos. Algunos temas que se prestan a ser desarrollados en estos talleres podrían ser la ingente cantidad de curiosidades numéricas, los cuadrados mágicos, los números poligonales (que combinan de forma visual las dos esencias de la Matemática elemental, el número y la forma), aspectos históricos, aritméticos y geométricos del Teorema de Pitágoras, el omnipresente número de oro en su relación con la Divina Proporción y su incidencia sobre el Arte, las múltiples curiosidades sobre polígonos y poliedros, el famoso número π, los tres problemas geométricos clásicos (la cuadratura del círculo, la duplicación del cubo y la trisección del ángulo), las inquietantes paradojas sobre el infinito, aspectos artísticos de la Geometría Proyectiva elemental, etc. Pero también en el marco de la clase pueden encajar coyunturalmente aspectos de la Matemática recreativa. Para Rodríguez (1980, pp.53-56):

> Las inclusiones de asuntos o tratamientos propios de la Matemática recreativa (con sus resultados chocantes con la intuición ordinaria, el rigor suavizado, y la aparición notable de referencias históricas) en los cursos ordinarios son tónicos excelentes que entendemos ayudan al alumnado a seguir adelante.

En sentido similar escribe Rodríguez (1987, p.VII):

> Los recursos lúdicos y notas históricas, compartidos entre maestros y alumnos, resultan a veces inmejorable medio de orientar el interés o aliviar la tensión de la clase de Matemáticas. De ahí la atención, cada vez mayor, que se les otorga en la Didáctica.

La Historia de la Matemática como instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza

Las Matemáticas constituyen una de las grandes manifestaciones del Pensamiento con un desarrollo milenario relacionado estrechamente con los grandes hitos del conocimiento y de la cultura. Conocida es la implicación de la Matemática con las Ciencias de la Naturaleza, la Tecnología y el Arte; pero sus vínculos con la Filosofía, la Educación, el Lenguaje, la Literatura, la Belleza, la Religión, la Mística, la Política, etc., hacen de ella una manifestación de la racionalidad humana que, navegando a lo largo de la Historia en todos los confines del Pensamiento, vertebra la Cultura, desde las más remotas civilizaciones hasta la inexorable informatización del mundo actual. La permanente interacción del desarrollo matemático con cualquier actividad humana hacen de esta ciencia uno de los grandes logros culturales de la humanidad.

La Historia de la Matemática pone de manifiesto la dimensión cultural de las Matemáticas y su notable impacto en la Historia del Pensamiento. A título de ejemplo vamos a describir de forma muy sintética algunas relaciones e influencias recíprocas que a lo largo de la Historia ha establecido y mantenido la Matemática con ciertas disciplinas, en particular las que en sentido académico acostumbramos a denominar humanísticas: Filosofía, Artes, Religión, Educación, Política, Literatura y Poesía:

> *La Historia de la Matemática es punto de convergencia e intimidad entre Ciencias y Humanidades. La ignorancia o el desprecio de la topología de este terreno compartido alimenta la estéril polémica sobre las dos culturas.*

Matemática y Filosofía. La Matemática y la Filosofía tienen unas raíces históricas comunes en el horizonte pitagórico del siglo VI a.C. que conocemos relativamente bien a través de la Filosofía platónica y de *La Metafísica* de Aristóteles. Aparte de cuestiones propiamente filosóficas como el concepto de verdad en Matemáticas, la naturaleza del rigor y la idea de la demostración (consustancial con la Matemática y elemento esencial en el tránsito del mito al logos), podríamos concretar en tres figuras esenciales:

- Pitágoras: *el número es la esencia de todas las cosas,* es un pronunciamiento metafísico que en el curso de los siglos conducirá al galileano *la naturaleza está escrita en caracteres matemáticos* y tiene plena vigencia en la actualidad a través de la digitalización informática (González, 2001a).
- Platón: en muchos de sus *Diálogos* (*República, Leyes, Menón, Timeo, Teeteto...*) se sitúa a la Matemática como propedéutica del estudio de la Filosofía y fundamento de todo el saber humano (González, 2001b) y en el frontispicio de **la Academia** rezaba: *No entre nadie ignorante en Geometría*. Además, *Dios geometriza el mundo* por eso el lenguaje matemático es imprescindible para descifrar sus secretos, como aseguraba Galileo.
- *El sueño de Descartes* de la matematización del mundo (Davis, 1989). La certidumbre matemática. La unión del Álgebra y la Geometría como germen de un nuevo sistema filosófico. La Matemática como base racional del pensamiento cartesiano. Implicaciones recíprocas entre *El Discurso del Método, La Geometría* y *Las Reglas para dirección del espíritu.* El Análisis y la Síntesis como preceptos cartesianos.

Matemática y Artes. Música, Pintura, Arquitectura...

- La Matemática como Arte: Platón, Poincaré, Hadamard, Hardy, Santaló...
  El binomio de Newton es tan bello como la Venus de Milo. (F. Pessoa)
- Los saberes matemáticos en las Artes. El artista como geómetra.
- Arte, Geometría y Pensamiento. Armonía, Belleza y Proporción: Pitágoras, Aristóteles, Vitrubio, Pacioli, Leonardo, L.Alberti, Durero, Barbaro, Palladio, Rafael.
- El fundamento matemático de la armonía musical.
- Las Proporciones pitagóricas en el Arte:
  Proporciones conmensurables. Consonancias musicales. L. Alberti, Boticelli, Palladio.
  Proporciones inconmensurables. Sección áurea: la Divina Proporción en el Arte.
- Simbolismo y diseño poliédrico: Leonardo, Durero, Piero della Francesca, Pacioli, Escher, Gaudí, Dalí.
- Reminiscencias pitagóricas en Dalí y Gaudí.
- El Arte Fractal: Benoit Mandelbrot, Gastón Julia...

Matemática, Religión, Teología y Mística. Origen sacro de la Geometría. Simbología religiosa geométrica. El Pentagrama místico pitagórico. Los *Sulvasutras* hindúes. La Geometría del espacio popular y del espacio sagrado. El Pitagorismo como Religión. El Pitagorismo fundamento filosófico e ideológico del Cristianismo. San Agustín y San Isidoro. La Geometría instrumento divino de creación y configuración (Pitágoras, Platón, Kepler...). El Dios geómetra como Arquitecto supremo del universo. El *Argumento ontológico* de San Anselmo. El *Horror al infinito* de los griegos y el Dios cristiano medieval. La Divina Proporción y los atributos de la divinidad (L.Pacioli). El simbolismo místico del Dodecaedro. La duda metódica de Descartes y Dios en *El Discurso del Método.* El misticismo de Pascal y su apuesta probabilística sobre la existencia de Dios. La máxima de Kronecker: *Dios creó los números naturales y todo lo demás* [en Matemáticas] *es obra del hombre.* Rusell y las *pruebas* de la existencia de Dios...

Matemática y Educación.

- Pitágoras: Acuñación del término *Mathema* con el significado de *lo que se enseña y se aprende*, es decir lo formativo, *lo enseñable por antonomasia*.
- Arquitas de Tarento: la Matemática como componente esencial del currículum escolar según el *Cuadrivium pitagórico* (Aritmética, Geometría, Música y Astronomía), sancionado por Platón en *La República* y de vigencia secular.
- Platón: La Matemática como un instrumento esencial para la educación e instrucción de la juventud (*Republica*, VII, 521-527).
- *Como herederos del mundo clásico, nosotros, profesionales de la transmisión del conocimiento matemático, enfatizamos con vehemencia las cualidades de las Matemáticas: la capacidad para manejar la cantidad y la extensión, la regularidad y la disposición, la estructura y la implicación, la inducción y la deducción, la observación y la imaginación, la curiosidad y la iniciativa, la lógica y la intuición, la invención y el descubrimiento, el análisis y la síntesis, la generalidad y la particularidad, la abstracción y la concreción, la interpolación y la extrapolación, la decisión y la construcción, la belleza y la utilidad, la armonía y la creatividad, la interpretación y la descripción... siempre bajo la acción del entendimiento y el imperio de la voluntad. Estas cualidades inherentes a las Matemáticas alimentan su función informativa: adquirir un conjunto de conocimientos que permitan familiarizarse con el mundo natural circundante, con herramientas para interpretar el mundo físico, natural y social, en términos cuantitativos y abstractos, pero sobre todo, por imperativo platónico, la función formativa: desarrollar el pensamiento crítico y el rigor científico, inculcar una disciplina mental con la que operar sobre cualquier tipo de pensamiento o de situación y a través de la resolución de problemas desarrollar la iniciativa personal y la fortaleza para vencer obstáculos, estimulando la voluntad. La Matemática incide así decisivamente sobre el binomio entendimiento-voluntad que es la matriz del espíritu humano, de ahí la implicación trascendental que como en los tiempos de Platón tiene hoy y siempre la Matemática en la Educación*. (González, 2001b, p.15).

Matemática, Política y Sociedad.

- Platón: La Matemática herramienta básica para la formación del hombre de Estado (*La República*, *Las Leyes*).
- Matemática y Revolución Francesa: la Enciclopedia de Diderot y D'Alembert (cuyo Discurso Preliminar de gran contenido histórico, científico y matemático, es redactado por éste) prepara el ambiente de una Revolución social y política con gran protagonismo de los matemáticos (Monge, Carnot, Condorcet, Lagrange, Legendre, Laplace...) que propician una Revolución educativa institucional con la creación de las instituciones educativas de enseñanza superior (la Escuela Politécnica y la Escuela Normal), producen una Revolución didáctica (programas de asignaturas, libros de texto), fundan la figura del matemático profesional como Profesor funcionario asalariado del Estado e introducen el Sistema Métrico Decimal. Condorcet, fundador de la Matemática Social y artífice de los *manuales del maestro* crea un espíritu socio-político con la máxima: *Esclareced las ciencias morales y políticas con la luz del Álgebra*. Napoleón como matemático y como político: *Las obras de Matemáticas contribuyen a la ilustración de la nación; El avance y la perfección de las Matemáticas están íntimamente ligados a la prosperidad del Estado.*
- La Estadística como instrumento esencial de la acción política del Estado como indica su propia etimología.

Matemática y Literatura. *Diálogos* (Platón), *De propria vita* (Cardano), *Pensamientos* (B. Pascal), *Alicia en el País de las Maravillas* (L. Carroll), *Una infancia rusa* (S. Kovaleskaya), *Planilandia* (E.Abbott), *Apología de un matemático* (G. H. Hardy), *El Aleph* (J.L.Borges), *Kepler* (A. Koestler), *El hombre que calculaba* (M.Tahan), *El tío Petros y la conjetura de Goldbach (*A.Doxiadis), *El teorema del loro* (D. Guedj*), El diablo de los números* (H. M. Enzensberger), *El enigma de Fermat* (S.Singh), *El sueño de Descartes* (P. J. Davis), *Érase una vez un número* (J. A. Paulos), *La mesura del món* (D. Guedj*), Damunt les espatlles dels gegants* (J. Pla)...

Matemática y Poesía. Platón, Pitágoras, Dante, O. Kayyan, Pacioli, Weierstrass L. Carroll, Hausdorff, P. Valery, Poincaré, Hardy, R. Alberti...

Como vemos en esta breve incursión de la Matemática en los Saberes, la Historia de las Matemáticas pone de manifiesto los vínculos recíprocos entre la Matemática y la Filosofía, el Arte, las Ciencias Sociales y en general cualquier manifestación de la Cultura, sirviendo de puente entre la cultura humanística y la científica como dice Campedelli (1970). Si esto es así, al situarnos en el ámbito docente, encontramos muy acertadas la palabras de Gómez (2002, p.119, 120):

> La educación matemática tendría que ser una auténtica educación en humanidades, en la que los estudiantes conocieran el papel que representan las Matemáticas en nuestra cultura y en la sociedad. [...] Enseñar Matemáticas como si estuviesen aisladas es una distorsión del conocimiento. Convendría enseñar Matemáticas yendo más allá de las propias Matemáticas: considerando sus relaciones y buscando su sintonía con las corrientes principales del pensamiento. Esta nueva actitud motivaría a los estudiantes, crearía nuevas aplicaciones y abriría nuevas vías de debate.

La Historia de las Matemática como lugar de encuentro entre las ciencias y las humanidades, es un instrumento magistral para enriquecer culturalmente su enseñanza.

Por supuesto que la Historia de las Matemáticas ante todo muestra ostensiblemente la más conocida relación entre las Matemáticas y sus aplicaciones externas, las ciencias en general y las diversas técnicas (en cuya interacción han surgido gran cantidad de ideas matemáticas importantes), y, desde el punto de vista sociológico, permite conocer las fuerzas sociales y productivas que contribuyeron a su desarrollo. Pero con base en la Historia de la Matemática hemos visto que la Matemática es mucho más que un lenguaje y una herramienta. No queremos infravalorar, ni mucho menos, la condición instrumental de la Matemática, ya que tiene un valor trascendente, toda vez que buena parte de los alumnos así la concebirán y en ese sentido la aplicarán en su futura vida académica, profesional y personal. Pero, con cierto espíritu platónico, nos proponemos dignificar la condición de la Matemática, más allá de su reconocido carácter instrumental, para allende la ciencia, incardinar esta actividad peculiar del intelecto humano en el conjunto armónico de los saberes científicos, artísticos y humanísticos que constituyen la Cultura, pues como escribe Boyer (1949, Prefacio): *La Ciencia es tanto un hábito de pensamiento como una forma de vida y las Matemáticas son tanto un aspecto de la Cultura como una colección de algoritmos*. Hay que subrayar que la Historia de la Ciencia, en general, y la de las Matemáticas, en particular, son privilegiados puntos de encuentro donde convergen e intiman la Ciencia y las Humanidades. La ignorancia o el desprecio de la topología de este terreno compartido alimenta la estéril polémica sobre las dos culturas. Como contrapunto escribe Lusa (1984, p.5): *la escisión de los saberes, no sólo en dos, sino en mil culturas, hace necesario el fortalecimiento de elementos integradores que estimulen la interdisciplinariedad y el reencuentro de los saberes*. La Historia de la Ciencia marca un camino seguro hacia esa reintegración cultural.

Conclusiones.

En la Historia de las Matemáticas el profesor puede encontrar un medio de autoformación para la comprensión profunda de las Matemáticas y sus dificultades de transmisión lo que permitirá suavizar el camino que conduce de la Enseñanza al Aprendizaje; un instrumento para desarrollar la capacidad de renovación y adaptación pedagógicas y una metodología que permita plantear activamente el aprendizaje como un redescubrimiento. Como dice Kline (1978): *se puede comprimir la historia y evitar muchos de los esfuerzos y trampas inútiles, pero no es posible darla de lado*. Además, la Historia de las Matemáticas es una fuente inagotable de material didáctico, de ideas y problemas interesantes y también, en un alto grado, de diversión y recreo intelectual, en suma de enriquecimiento personal, científico y profesional, que el profesor puede aprovechar para motivar su labor de transmisión del conocimiento, desdramatizando la Enseñanza de las Matemáticas. Finalmente la Historia de las Matemáticas como lugar de encuentro entre las ciencias y las humanidades, es un instrumento magistral para enriquecer culturalmente la Enseñanza de la Matemática e integrarla de forma armónica e interdisciplinar en el currículum académico. ■

REFRENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BELL, E.T. (1985): *Historia de las Matemáticas*. Fondo de Cultura Económica. México.

BOYER, C.(1949): *History of the Calculus and its conceptual development*. Dover, New York.

BOYER, C. (1986): *Historia de las Matemáticas*. Alianza Universidad Textos (AUT/94), Madrid.

CAMPEDELLI, L. (1970): *Fantasía y Lógica en la Matemática*. Labor, Barcelona.

CAÑÓN, C. (1993): *La Matemática, creación y descubrimiento*. U.P. Comillas. Madrid.

CHEVALLARD, Y. (1985): *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée Sauvage, Grenoble.

COHEN, I. (1968): *La imaginación humana y la naturaleza, Fronteras del conocimiento*. Eudeba, Buenos Aires.

COURANT, R. y ROBBINS, H. (1971): *¿Qué es la Matemática?* Aguilar, Madrid.

COURANT, R. y JHON, F. (1974): *Introducción al cálculo y al análisis matemático*. Limusa. México.

DAVIS, J. y HERSH, R. (1989): *El sueño de Descartes, el mundo según las Matemáticas*. Labor, MEC, Barcelona.

DEL RÍO, J. (1997): Historia de las Matemáticas. Implicaciones didácticas, *SUMA*, n.º26, 33-38.

DIEUDONNÉ, J. (1971): *Algebra Lineal y Geometría elemental.* Selecciones científicas, Madrid.

DROEVEN, E.(1980): Propuesta para un aprendizaje no ahistórico de las Matemáticas. *Actas del Simposio sobre "La Historia de las Ciencias y la Enseñanza"*. 53-56, Valencia.

GASCÓN, J. (1997): Cambios en el contrato didáctico: el paso de estudiar matemáticas en secundaria a estudiar matemáticas en la Universidad. *SUMA*, n.º26, 11-21.

GIL, D. (1980): Papel de la historia de la ciencia en un planteamiento activo del aprendizaje. *Actas del simposio sobre "La historia de las ciencias y la enseñanza"*, 21-24, Valencia.

GÓMEZ URGELLÈS, J. (2002): *De la enseñanza al aprendizaje de las Matemáticas*. Paidós (Papeles de Pedagogía). Barcelona.

GONZÁLEZ URBANEJA, P. (1988): Experiencias en el Aula. *Comunidad Escolar*, n.º 197. MEC Madrid.

GONZÁLEZ URBANEJA, P. (1989): Taller de Matemática recreativa. *Cuadernos de Pedagogía*, n.º 166, 6566. Barcelona.

GONZÁLEZ URBANEJA, P. (1992): *Las raíces del Cálculo Infinitesimal en el siglo XVII*. Alianza Univ., n.º 716, Madrid.

GONZÁLEZ URBANEJA, P. ; VAQUÉ, J (1993): *El método relativo a los teoremas mecánicos de Arquímedes.* Pub. Univ. Aut. de Barcelona, Ed. Univ. Politècnica de Catalunya. Col. Clásicos de las Ciencias. Barcelona.

GONZÁLEZ URBANEJA, P. (2001*a*): *Pitágoras, el Filósofo del número*. Nivola, Madrid.

GONZÁLEZ URBANEJA, P. (2001*b*): La implicació de la matemàtica en l'educació, segons Plató. *Butlletí* 09/2003 ABEAM.

GUZMÁN, M. (1992): Tendències innovadores en educació matemàtica. *Butlletí de la Societat Catalana de Matemàtiques*, núm 7, 7–33. Barcelona.
http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/tendencia/ensen.htm

HILBERT, D. (1996): *Fundamentos de la Geometría*. CSIC, Madrid.

HOUZEL, C. (1977): Historia de las Matemáticas y Enseñanza de las Matemáticas. En Bibiloni (y otros) *Materiales para una discusión sobre la enseñanza de la historia de la ciencia y su posible uso didáctico*. VI.1-VI.10.ICE, Univ. Barcelona, 1982.

KLEIN, F. (1927): *Matemática elemental desde un punto de vista superior*. Vol.I Biblioteca Matemática, Madrid.

KLINE, M. (1978): *El fracaso de la Matemática moderna*. Siglo XXI, Madrid.

KLINE, M. (1992): *El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días*. Vol.1. Alianza Universidad, n.º 715, Madrid.

LAKATOS, I. (1978): *Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático*. Alianza Universidad n.º 206, Madrid.

LUSA, G. (1984): Seminario Permanente de Historia de la Matemática. *Butlletí de la secció de matemàtiques*, n.º 16, Institut d'Estudis Catalans, Barcelona.

MALET, A. y otros (1983): Història de les matemàtiques: cultura y didáctica. *Papers de Batxillerat*, n.º 3, 7477.

MALET, A. ; PARADIS, J. (1984): *Els orígens i l'ensenyament de l'àlgebra simbòlica*. Edicions de la Universitat de Barcelona.

MARTÍN CASALDERREY, F. (2000): *Tartaglia y Cardano. Las Matemáticas en el Renacimiento italiano*. Nivola, Madrid.

MAZA, C. (1994): Historia de las Matemáticas y su enseñanza: un análisis. *SUMA*, n.º17,17-26.

MEDEROS, C. (2003): Un clásico de historia. *SUMA*, n.º 42, 121-122.

NAVARRO, V. (1980): Introducción de las *Actas del Simposio sobre "La Historia de las Ciencias y la Enseñanza"*, 11-17. Valencia.

NOLLA, R. (2001): *Estudis i activitats sobre problemes clau de la Història de la Matemàtica. Per a una aproximació genètica al tractament de les idees matemàtiques.* Memòria de Llicència d'estudis. Generalitat de Catalunya.
http://www.xtec.es/sgfp/llicencies/200001/resums/rnolla.htm

PIAGET, J. y otros (1978): *La Enseñanza de las Matemáticas modernas*. Alianza Universidad, n.º 207, Madrid.

POINCARE, H. (1963): *Ciencia y método*. Espasa Calpe, Col. Austral n.º 409, Madrid.

PUIG ADAM, P. (1951): Decálogo de la Didáctica Matemática Media, *Gaceta Matemática*, 1ª serie, tomo 7, n.º5-6, Madrid.

RODRIGUEZ, A.L. (1980): La hora de la Matemática Recreativa en el Bachillerato actual. *Revista de Bachillerato*. Cuaderno monográfico n.º 5 sobre Matemáticas, 5356.

RODRIGUEZ, R. (1987): *Cuentos y cuentas de los matemáticos*. Reverté. Barcelona, 1987.

SANCHO, J. (1998): Este libro es una obra de arte, *SUMA*, n.º29, 121-126.

SANTALÓ, L. (1975): *La Educación matemática hoy*, Teide, Barcelona.

SANTALÓ, L. (1993): *La matemática: una filosofía y una técnica*. Eumo, Vic- Girona.

SPENGLER, O. (1998): *La decadencia de Occidente*. Cap.I.1. Austral, Madrid.

TOEPLITZ, O. 1963, *The Calculus, a Genetic Approach*. University of Chicago Press.

VILLARROYA, F. (1996): Klein y la Enseñanza de las Matemáticas, *SUMA*, n.º21, 107-113.